

Vollständige Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$

1. Ableitungen

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 1$$

$$f''(x) = -6x + 6$$

$$f'''(x) = -6$$

2. Symmetrie

Sowohl gerade als auch ungerade Exponenten $\rightarrow$ keine Symmetrie erkennbar

3. Nullstellen

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 1$$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 3x^2 + x - 3 : (x - 1) = -x^2 + 2x + 3 \\ -(-x^3 + x^2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x \\ -(2x^2 - 2x) \\ \hline 3x - 3 \\ -(3x - 3) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -x^2 + 2x + 3 = 0 \quad | \cdot (-1) \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{array}$$

$$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2 \rightarrow x_2 = -1 \text{ und } x_3 = 3$$

$$N_1(1|0), N_2(-1|0), N_3(3|0)$$

4. Verhalten für $|x| \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow \pm \infty$

Für $x \rightarrow +\infty$ gilt: $f(x) \rightarrow -\infty$

Für $x \rightarrow -\infty$ gilt: $f(x) \rightarrow +\infty$

5. Extremstellen

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 1 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x_{4,5} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{1}{3}} = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$x_4 = 1 + 1,154 = 2,1547 \quad \text{und} \quad x_5 = 1 - 1,154 = -0,1547$$

$$f''(2,1547) = -6 \cdot 2,154 + 6 < 0 \rightarrow \text{HP}$$

$$f''(-0,1547) = -6 \cdot (-0,1547) + 6 > 0 \rightarrow \text{TP}$$

$$f(2,1547) = -(2,154)^3 + 3(2,154)^2 + 2,154 - 3 = 3,079$$

$$f(-0,1547) = -(-0,1547)^3 + 3(-0,1547)^2 - 0,1547 - 3 = -3,079$$

➔ **HP(2,1547|3,079) TP (-0,1547|-3,079)**

6. Wendestellen

$$f''(x) = -6x + 6 = 0$$

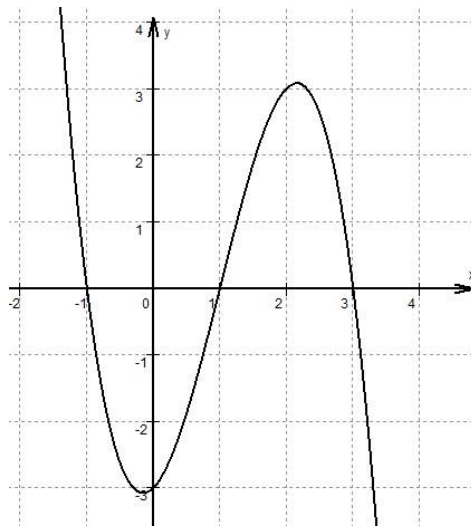
$$-6x = -6 \quad | :6$$

$$x_6 = 1$$

$$f'''(1) = -6 \neq 0 \rightarrow x_6 \text{ ist Wendestelle}$$

$$f(1) = -1^3 + 3 \cdot 1^2 + 1 - 3 = 0 \quad \mathbf{WP(1|0)}$$

7. Graph



Aufgabe: Führe eine vollständige Kurvendiskussion der folgenden Funktion durch:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 8$$

$$1. \text{ Ableitungen: } f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + 6x \quad f''(x) = 3x^2 + 6 \quad f'''(x) = 6x$$

2. Symmetrie: Keine Symmetrie erkennbar

3. Nullstellen: N1(-2|0), N2(-2 + √3|0), N2(-2 - √3|0),

4. Verhalten für $x \rightarrow |x|$: Für $x \rightarrow +\infty$ gilt: $f(x) \rightarrow +\infty$
Für $x \rightarrow -\infty$ gilt: $f(x) \rightarrow -\infty$

5. Extrempunkte TP(0|-8), HP(-4|8)

6. Wendepunkte: WP(-2|0),

7. Skizze:

